

Ôn Tập Lớp 11

A) Phần 1. Giải tích:

***I. Cấp số cộng và cấp số nhân**

Bài 1. Xác định cấp số cộng có công sai là 3, số hạng cuối là 12 và có tổng bằng 30.

Bài 2. Xác định số hạng đầu và công sai của cấp số cộng, biết
$$\begin{cases} u_7 - u_3 = 8 \\ u_2 \cdot u_7 = 75 \end{cases}$$

Bài 3. Cho dãy số (u_n) , biết:
$$\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \text{ khi } n \geq 1 \end{cases}$$

a) Viết sáu số hạng đầu của dãy số; b) tìm công thức số hạng tổng quát

Bài 4. Xác định cấp số nhân (u_n) , biết : $u_3=5; u_5=135$ và $u_6 < 0$

Bài 5. Số hạng thứ hai, số hạng đầu và số hạng thứ ba của một cấp số cộng với công sai khác 0 theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Hãy tìm công bội của cấp số nhân đó?

Bài 6. Bốn số lập thành một cấp số cộng. Biết rằng tổng của chúng bằng 22 và tích của chúng bằng 166. Tìm 4 số đó.

Bài 7. Xác định số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n) biết:

$$\text{a) } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 351 \end{cases}; \quad \text{b) } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 14 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 84 \end{cases}$$

Bài 8. Xác định 3 số hạng liên tiếp a, b, c của một cấp số nhân thỏa mãn điều kiện sau:

$$a+b+c=124 \text{ và } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{31}{10}$$

Phần II. Giới hạn.

A. Giới hạn dãy số

Bài 1. Tìm các giới hạn:

$$\begin{array}{lll} 1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n-1}{3n+2}; & 4) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n^2 + \frac{1}{n} \right) \left(\frac{3-2n}{n^3-2} \right); & 7) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3+n}}{n+2}; \quad 8) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+1} - \sqrt[3]{n^3+1}); \\ 2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2+n-5}{2n^2+1}; & 5) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2-2n} + \sqrt{3n^2+1}}{n+3}; & \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+8n+9} - n); \quad 12) u_n = \sqrt{3n^4+5n^3-7n}; \\ 3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^3+n}{3n-2}; & 6) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3+2n}}{n^2-1}; & 9) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+n+1} - n); \quad 13) u_n = \frac{\sqrt[3]{n^6-7n^3-5n+8}}{n+12} \\ & & 10) \lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt[3]{n^3+2n^2}); \quad 14) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2}n^2 - 3\sin 2n + 5 \right) \end{array}$$

Bài 2. Tìm các giới hạn:

$$1) \lim \frac{4^n}{2 \cdot 3^n + 4^n}; \quad 2) \lim \frac{3^n + 5 \cdot 4^n}{4^n + 2^n}; \quad 3) \lim \frac{3^n + 5 \cdot 7^n}{n - 3 \cdot 7^n}; \quad 4) \lim \frac{2020^n + 2019^{n+1}}{2020^{n+1} + 2019^n}$$

Bài 3. Tìm tổng của các cấp số nhân lùi vô hạn sau:

$$a) \frac{1}{5}, \frac{1}{5^2}, \frac{1}{5^3}, \dots, \frac{1}{5^n}, \dots \quad b) 1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots, \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}, \dots$$

$$c) S = 2 + (0,3) + (0,3)^2 + (0,3)^3 + \dots$$

B. Giới hạn hàm số:

Bài 1. Tính các giới hạn sau

Dùng giới hạn một bên:

$$1) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2|}{x-2}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{5x+1}{x-2}; \quad 3) \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2+x-3}{x-3}; \quad 4) \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2+8x+4);$$

$$5) \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3+x+1); \quad 6) \lim_{x \rightarrow -\infty} (-5x^4+x^2+2); \quad 7) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{3x^2-5x}; \quad 8) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+5\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}};$$

Dạng ∞/∞ ; $\infty - \infty$; $0 \cdot \infty$

$$1) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+2}{-2x+1}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^4+2x^3+3x^2-4}{x^2+1+6x^3+7x^4}; \quad 3) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-1}{x^3+x+2}; \quad 4) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x}}{x^2-x+2};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2-2x+1}{x+2}; \quad 6) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-2x-1}{x+2}; \quad 7) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3+2x}{-2x^2+1}; \quad 8) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+\sqrt{x^2-7x+2}}{2-3x};$$

$$9) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^{2020} - 3x^{2019} + x^{2018}}{x^{2018} + x^{2019} - 3x^{2020}} \quad 10) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+x}-x); \quad 11) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2-x}+2x);$$

$$12) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{16x^2-7x}-4x) \quad 14) \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{3}{x-2} - \frac{1}{x^2-4} \right) \quad 15) \lim_{x \rightarrow 4^+} (x-4) \sqrt{\frac{x}{x^2-16}};$$

$$16) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x+1} - 1 \right); \quad 17) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{x^3-1} - \frac{1}{x-1} \right)$$

Dạng $0/0$

$$1) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-3x-4}{x+1}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^4-a^4}{x-a}; \quad 3) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2+3x+1}{x^2-1}; \quad 4) \lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x}-3}{9x-x^2}; \quad 5) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x}-2}{\sqrt{x+7}-3};$$

6) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{5x-4}}{x^4 - 1}$; 7) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + 3x^2 - 4x - 1}{x - 1}$; 8) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x^2 - 1}$; 9) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{4x+2}}{x+2}$; 10*) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4\sqrt{x+2}}{\sqrt{4x+1} - 3}$

11) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x} - \sqrt[3]{x^2+7}}{x^2 - 1}$ 12) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - 3|x| + 1}{x^2 - 1}$; 13*) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^n} \left[\frac{1}{1-x} - (1+x+x^2+\dots+x^n) \right]$; 14*) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[30]{1+4x} - 1}{2020x}$;

15*) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 2020)\sqrt[3]{1-2x} - 2020}{x}$; 16*) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt[3]{20+x}}{\sqrt[4]{x+9} - 2}$; 17)

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{27x^3 + x^2 + 6x + 9} - \sqrt[3]{9x^2 + 27x + 27}}{x^3}$; 18) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}\sqrt[3]{1+2x} - \sqrt{1-x}}{3\sqrt{4+x} - 2\sqrt[3]{8-x} - 2\sqrt{1+x}}$

Hàm số liên tục:

Bài 1. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 27}{x - 3} & \text{khi } x < 3 \\ x + a & \text{khi } x \geq 3 \end{cases}$. tại $x = 3$.

Bài 2. Với giá trị nào của m thì hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 3x + 6} - 4}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ mx + 3m + 1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$?

Bài 3. Xét tính liên tục trên \mathbb{R} của hàm số: $f(x) = \begin{cases} 1 - x & \text{khi } x \leq 3 \\ \frac{x^2 - 2x - 3}{2x - 6} & \text{khi } x > 3 \end{cases}$

Bài 4. Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{5-x} - 2}{x - 1} & \text{khi } x < 1 \\ ax + 2 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$ liên tục trên tập xác định của nó.

Bài 5. Chứng minh rằng

- $x^3 + 2x - 5 = 0$ có nghiệm trên khoảng $(1; 2)$
- $(m^2 + 1)x^4 - x^3 - 1 = 0$ có ít nhất 2 nghiệm nằm trong khoảng $(-1; \sqrt{2}) \forall m$
- $x^2 \sin x + x \cos x + 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm trên $(0; \pi)$
- $x^3 + 3mx^2 - 3(m+2)x + 1 = 0$ luôn có ba nghiệm thực.
- $\cos 4x + a \cos 2x + b \sin 2x = 0$ luôn có nghiệm với mọi giá trị a, b.
- f*) $ax^2 + bx + c = 0$ có nghiệm nếu $a \neq 0$ và $24a + 12b + 2010c = 0$ trên khoảng $(0; 2)$

B> Hình Học

Bài 1: Cho hình chóp S.ABC có $SA \perp (ABC)$, ΔABC vuông tại B, $AB = a$; $BC = \sqrt{3}a$; $SA = 2a$.

- Chứng minh rằng các mặt của hình chóp đều là các tam giác vuông
- Tính góc giữa các đường thẳng SC, SB với mp(ABC)
- gọi AI là đường cao trong ΔSAB , chứng tỏ ΔAIC là tam giác vuông và tính diện tích của nó.

d) Tính $\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{AC}$, suy ra góc tạo bởi hai đường thẳng SB và AC.

Bài 2. Cho hình chóp S.ABC có $SA \perp (ABC)$, ΔABC vuông tại A. $SA = a$; $AB = a$; $AC = a\sqrt{3}$. Gọi H là hình chiếu của A trên (SBC).

- Chứng minh hình chóp có các cạnh đối diện vuông góc,
- Chứng minh H là trực tâm của ΔSBC , tính độ dài AH theo a
- Tính góc tạo bởi: SA với (SBC); SB với (ABC); SC với (SAB)