ĐỀ 1

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+\sin x$ là

A. $-\cos x+x^2+C$. **B.** $-\cos x+2x^2+C$. **C.** $2x^2+\cos x+C$. **D.** $\cos x+x^2+C$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (P): $-x+2y-3z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}(-1;-2;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}(1;-2;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}(0;2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}(1;2;3)$.

Câu 3: Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính bằng r là

A. $S=\pi r^2$. **B.** $S=\frac{4}{3}\pi r^3$. **C.** $S=\frac{3}{4}\pi r^2$. **D.** $S=4\pi r^2$.

Câu 4: Cho số phức $z=4-3i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức liên hợp của số phức z.

A. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng -3. **B.** Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $3i$.
C. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng 3. **D.** Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $3i$.

Câu 5: Cho a là số thực dương khác 1. Tính $\log_{\sqrt{a}} a$.

A. 2. **B.** -2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 1.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1;2;3)$ lên trục Oy là

A. $H(1;0;0)$. **B.** $H(0;2;0)$. **C.** $H(0;0;3)$. **D.** $H(1;0;3)$.

Câu 7: Trên mặt phẳng cho 2019 điểm phân biệt. Có bao nhiêu vectơ khác vectơ – không có điểm đầu và điểm cuối được lấy từ 2019 điểm đã cho?

A. 2^{2019}. **B.** 2019^2. **C.** C_{2019}^2. **D.** A_{2019}^2.

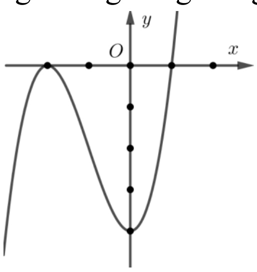
Câu 8: Biết tích phân $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x=-4$. Khi đó $\int_0^1[2f(x)+3g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** -6. **D.** -1.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-2t\\y=1+t\\z=-t\end{cases}$. Véc tơ nào dưới đây là véc tơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}=(1;1;0)$ **B.** $\vec{u}=(2;-1;1)$. **C.** $\vec{u}=(2;1;2)$. **D.** $\vec{u}=(-2;1;0)$

Câu 10: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y=x^3+3x^2-4$. **B.** $y=x^4-2x^2-4$. **C.** $y=-x^3+3x^2-4$. **D.** $y=-x^4+2x^2-4$.

Câu 11: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và $u_7=-10$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** -1. **D.** -2.

Câu 12: Thể tích khối chóp có diện tích đáy bằng $2a^2$, chiều cao bằng $a\sqrt{3}$ là

A. $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=2a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1)-3=0$ là

A. 1. **B.** 5. **C.** 14. **D.** 4.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-2;-1)$.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$		$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$. **D.** Hàm số có ba điểm cực trị.

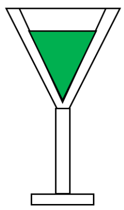
Câu 16: Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2+x-1}=2$ là:

A. $T=\{1;2\}$. **B.** $T=\{-1\}$. **C.** $T=\{-2\}$. **D.** $T=\{1;-2\}$.

Câu 17: Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-8x^2-5$ trên đoạn $[-3;1]$. Khi đó, giá trị của biểu thức $M-2m$ bằng

A. 46. **B.** 25. **C.** -25. **D.** -46.

Câu 18: Cho một chiếc cốc hình nón chứa đầy trà như hình vẽ. Người X uống một phần trà sao cho chiều cao của nó giảm đi $\dfrac{1}{3}$ so với chiều cao của trà trong cốc. Người Y uống phần trà còn lại trong cốc. Khi đó khẳng định nào đúng.



A. Người X uống lượng trà bằng 5,75 lần lượng trà của người Y uống.

B. Hai người X và Y uống lượng trà bằng nhau.

C. Người X uống lượng trà bằng 2,375 lần lượng trà của người Y uống.

D. Người X uống lượng trà bằng một nửa lượng trà của người Y uống.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+1)(3-x)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 20: Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-8z+20=0$. Giá trị của $z_1^2+z_2^2-z_1z_2$ bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 21: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Biết $AB=3$ cm, $AC=4$ cm, $BAC=60^\circ$, $AA'=2$ cm. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $6\sqrt{3}$ (cm^2). **B.** $2\sqrt{3}$ (cm^3). **C.** $6\sqrt{3}$ (cm^3). **D.** 6 (cm^3).

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $S\ : x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z-30=0$. Bán kính mặt cầu S là

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2020}{f(x)}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 24: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $\sqrt{ab^3}=27$. Giá trị của $\log_3 a+6\log_3 b$ bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 1.

Câu 25: Đạo hàm của hàm số $y=4^{2x}$ là

A. $y'=2.4^{2x}\ln 4$. **B.** $y'=4^{2x}.\ln 2$. **C.** $y'=4^{2x}\ln 4$. **D.** $y'=2.4^{2x}\ln 2$

Câu 26: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-5=0$ và điểm $A(-3;0;1)$. Lập phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với mặt phẳng (P).

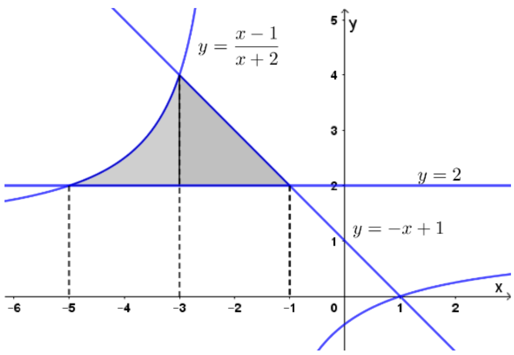
A. $x-2y+2z-1=0$. **B.** $x-2y-2z+1=0$.

C. $x-2y-2z-1=0$. **D.** $x-2y+2z+1=0$.

Câu 27: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy.Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-(1+i)|=|z+2i|$ là đường nào sau đây ?

A. Đường thẳng. **B.** Đường tròn. **C.** Elip. **D.** Parabol.

Câu 28: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ và hai đường thẳng $y=2$, $y=-x+1$ (phần tô đậm trong hình vẽ. Tính diện tích S của hình phẳng (H).



A. $S=8+3\ln 3$. **B.** $S=8-3\ln 3$. **C.** $S=3\ln 3$. **D.** $S=-4+3\ln 3$.

Câu 29: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AB = a\sqrt{2}$, $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBD) bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Câu 30: Gọi số phức $z = x + yi$ $(x; y \in \mathbb{R})$ sao cho $x; y$ thỏa $2x - (3-y)i = y + 4 + (x + 2y - 2)i$, trong đó i là đơn vị ảo. Tính $|\overline{z}|$ bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** $\sqrt{29}$. **D.** 21.

Câu 31: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2x) = 3f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết rằng $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 1$.

Tính tích phân $I = \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I = 5$. **B.** $I = 6$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = 2$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-4;2;4)$ và $B(1;1;2)$. Đường thẳng đi qua trọng tâm ΔOAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -t \\ y = 12 + t \\ z = -6 + 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 + 12t \\ z = 2 + 6t \end{cases}$.

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5\sin x$ và $f(0) = 10$. Khi đó $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

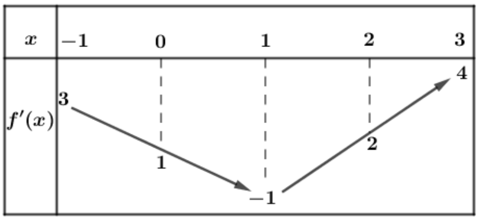
A. $\frac{1}{3}\pi^2 + \frac{5}{3}\pi + \frac{5}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}\pi^2 - \frac{5}{3}\pi - \frac{5}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}\pi^2 - \frac{5}{3}\pi + \frac{5}{2}$. **D.** $-\frac{1}{3}\pi^2 + \frac{5}{3}\pi + \frac{5}{2}$.

Câu 34: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{(3-x)^3}$ là

A. $\frac{-2}{3-x} + \frac{3}{2(3-x)^2} + C$. **B.** $\frac{2}{3-x} + \frac{3}{2(3-x)^2} + C$.

C. $\frac{-2}{3-x} + \frac{1}{(3-x)^2} + C$. **D.** $\frac{2}{3-x} + \frac{1}{(3-x)^2} + C$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $g(x) = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-4;-2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;4)$.

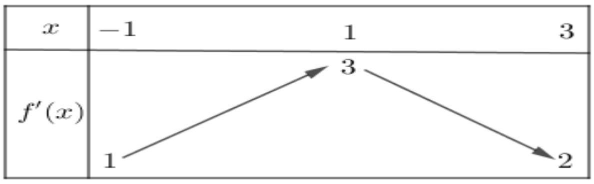
Câu 36: Cắt hình trụ (T) bằng một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $2cm$ được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng $16cm^2$. Thể tích của (T) là

A. $32\pi\left(cm^3\right)$. **B.** $16\pi\left(cm^3\right)$. **C.** $64\pi\left(cm^3\right)$. **D.** $8\pi\left(cm^3\right)$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;2)$. Đường thẳng đi qua A và song song với 2 mặt phẳng $(P): x-y+z-1=0$ và mặt phẳng $(Q): 3x+2y+z+1=0$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=4-3t \\ y=-1+2t \\ z=-3+5t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=2+5t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=1-2t \\ z=2+5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=3-2t \\ z=7-5t \end{cases}$.

Câu 38: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Bảng biến thiên của hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình dưới đây.



Tìm m để bất phương trình $m+x^2\le f\left(x\right)+\frac{1}{3}x^3$ nghiệm đúng với mọi $x\in\left(0;3\right)$.

A. $m<f\left(0\right)$. **B.** $m\le f\left(0\right)$. **C.** $m\le f\left(3\right)$. **D.** $m<f\left(1\right)-\frac{2}{3}$.

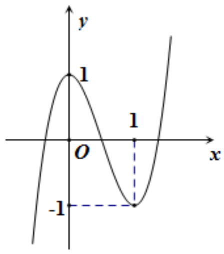
Câu 39: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và cạnh bên có độ dài bằng a. Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng $\left(A'BC'\right)$.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{16}$.

Câu 40: Chọn ngẫu nhiên 2 bạn từ lớp 12A gồm 27 học sinh nam và 13 học sinh nữ. Xác suất để chọn được hai bạn cùng giới là

A. $\frac{9}{20}$. **B.** $\frac{11}{20}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{9}{260}$.

Câu 41: Cho hàm số $y=4x^3-6x^2+1$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây.



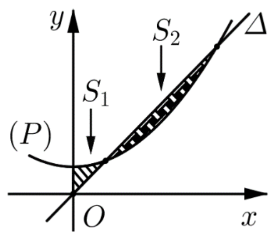
Khi đó phương trình $4\left(4x^3-6x^2+1\right)^3-6\left(4x^3-6x^2+1\right)^2+1=0$ có bao nhiêu nghiệm thực.

A. 9. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 42: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)$ liên tục trên $\left[0;2\right]$ và $f\left(2\right)=3$, $\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$. Tích phân $\int\limits_0^2 x.f'\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 6.

Câu 43: Cho đường thẳng $\Delta: y=x$ và Parabol $P: y=\frac{1}{2}x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào sau đây?



A. $\left(0;\frac{1}{3}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{3};\frac{2}{5}\right)$. **C.** $\left(\frac{2}{5};\frac{3}{7}\right)$. **D.** $\left(\frac{3}{7};\frac{1}{2}\right)$.

Câu 44: Cho số phức z thỏa điều kiện $2 \le |2z + i - 3| \le 6$. Tập hợp điểm biểu diễn của z tạo thành một hình phẳng. Tính diện tích S của hình phẳng đó.

A. 8π. B. 14π. C. 80π. D. 308π.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho d là đường thẳng đi qua $A(0;-1;2)$ và cắt đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ sao cho khoảng cách từ $B(2;1;1)$ đến đường thẳng d là lớn nhất. khi đó, d đi qua điểm nào sau đây?

A. $P(-1;0;2)$. **B.** $Q(1;0;2)$. **C.** $R(1;-2;0)$. **D.** $S(0;1;2)$.

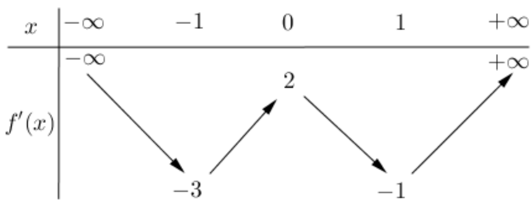
Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (x + \sqrt{2})^2 = 3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a,b,c)$ (a,b,c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau.

A. 12. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 4.

Câu 47: Cho phương trình $\left(2\log_2^3 x - 7\log_2^2 x + 4\log_2\left(\frac{x}{2}\right)\right)\sqrt{3^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 78. **B.** 80. **C.** 81. **D.** 79.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ là

A. 3. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 49: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có M, N, P lần lượt là trung điểm ba cạnh $A'B'$, BB' và $D'D$. Mặt phẳng (MNP) cắt đường thẳng $A'A$ tại I. Biết thể tích khối tứ diện $IANP$ là V. Thể tích khối hộp đã cho $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $2V$. **B.** $4V$. **C.** $6V$. **D.** $12V$.

Câu 50: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hai hàm số $y = (2x^2 + 1)\sqrt{x-1}$ và $y = \frac{11}{3x-4} - \frac{1}{2-x} + 11 + m$ cắt nhau tại 2 điểm phân biệt?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-\infty;1]$. **D.** $(-\infty;2]$.

------------------ Hết ------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.D	4.C	5.A	6.B	7.D	8.C	9.B	10.A
11.D	12.B	13.C	14.D	15.B	16.D	17.A	18.C	19.A	20.A
21.C	22.D	23.C	24.B	25.A	26.D	27.A	28.C	29.C	30.A
31.A	32.C	33.A	34.A	35.A	36.A	37.A	38.A	39.C	40.B
41.C	42.B	43.B	44.A	45.A	46.A	47.D	48.D	49.B	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=2x+\sin x$ là

A. $-\cos x+x^2+C$. **B.** $-\cos x+2x^2+C$. **C.** $2x^2+\cos x+C$. **D.** $\cos x+x^2+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int f\left(x\right)dx=\int\left(2x+\sin x\right)dx=x^2-\cos x+C$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $\left(P\right)$: $-x+2y-3z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của $\left(P\right)$.

A. $\overrightarrow{n_1}\left(-1;-2;3\right)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}\left(1;-2;3\right)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}\left(0;2;-3\right)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}\left(1;2;3\right)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $\left(P\right)$: $-x+2y-3z-1=0\Rightarrow\vec{n}=\left(-1;2;-3\right)$.

Khi đó $\overrightarrow{n_1}\left(1;-2;3\right)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(P\right)$.

Câu 3: Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính r là

A. $S=\pi r^2$. **B.** $S=\frac{4}{3}\pi r^3$. **C.** $S=\frac{3}{4}\pi r^2$. **D.** $S=4\pi r^2$.

Lời giải

Chọn D

Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính r là $S=4\pi r^2$.

Câu 4: Cho số phức $z=4-3i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức liên hợp của số phức z.

A. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng -3. **B.** Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $3i$.

C. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng 3. **D.** Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $3i$.

Lời giải

Chọn C

Số phức liên hợp của số phức $z=4-3i$ là $\bar{z}=4+3i$.

Suy ra phần thực bằng 4 và phần ảo bằng 3.

Câu 5: Cho a là số thực dương khác 1. Tính $\log_{\sqrt{a}}a$.

A. 2. **B.** -2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_{\sqrt{a}}a=\log_{a^{\frac{1}{2}}}a=2\log_a a=2$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M\left(1;2;3\right)$ lên trục Oy là

A. $H\left(1;0;0\right)$. **B.** $H\left(0;2;0\right)$. **C.** $H\left(0;0;3\right)$. **D.** $H\left(1;0;3\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy hình chiếu của điểm $M(1;2;3)$ lên trục Oy là $H(0;2;0)$.

Câu 7: Trên mặt phẳng cho 2019 điểm phân biệt. Có bao nhiêu vectơ, khác vectơ – không có điểm đầu và điểm cuối được lấy từ 2019 điểm đã cho?

A. 2^{2019}. **B.** 2019^2. **C.** C_{2019}^2. **D.** A_{2019}^2.

Lời giải

Chọn D

Có 2019 cách chọn điểm đầu, 2018 cách chọn điểm cuối.

Vậy theo quy tắc nhân ta có số vectơ thỏa mãn yêu cầu là $2019.2018 = A_{2019}^2$.

Cách khác:

Qua 2 điểm phân biệt A, B có 2 vectơ là $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BA}$.

Vậy số vectơ, khác vectơ – không có điểm đầu và điểm cuối được lấy từ 2019 điểm đã cho là số chỉnh hợp chập 2 của 2019 phần tử, bằng A_{2019}^2.

Câu 8: Biết tích phân $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x = -4$. Khi đó $\int_0^1 [2f(x)+3g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** -6. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_0^1 [2f(x)+3g(x)]\mathrm{d}x = 2\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x + 3\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x = 2.3+3.(-4) = -6$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1-2t \\ y = 1+t \\ z = -t \end{cases}$. Véc tơ nào dưới đây là véc tơ chỉ phương của đường thẳng d?

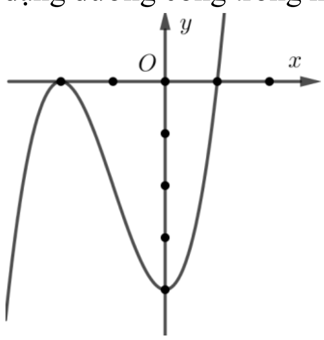
A. $\vec{u} = (1;1;0)$ **B.** $\vec{u} = (2;-1;1)$. **C.** $\vec{u} = (2;1;2)$. **D.** $\vec{u} = (-2;1;0)$

Lời giải

Chọn B

$d: \begin{cases} x = 1-2t \\ y = 1+t \\ z = -t \end{cases}$, Vì $\vec{v} = (-2;1;-1)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d nên véc tơ $\vec{u} = (2;-1;1)$ cũng là véc tơ chỉ phương của đường thẳng d.

Câu 10: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y = x^3 + 3x^2 - 4$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 - 4$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 - 4$.

Lời giải

Chọn A

+) Ta có đồ thị của hàm số đa thức bậc 3 nên phương án hàm bậc bốn trùng phương loại.

+) Nhận thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \Rightarrow$ hệ số $a>0$ nên loại phương án $y=-x^3+3x^2-4$.

Vậy phương án đúng là $y=x^3+3x^2-4$.

Câu 11: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và $u_7=-10$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** -1. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $u_7=u_1+6d \Leftrightarrow d=\dfrac{u_7-u_1}{6}=\dfrac{-10-2}{6}=-2$.

Câu 12: Thể tích khối chóp có diện tích đáy bằng $2a^2$, chiều cao bằng $a\sqrt{3}$ là

A. $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=2a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp có diện tích đáy bằng $2a^2$, chiều cao bằng $a\sqrt{3}$ là

$V=\dfrac{1}{3}Bh=\dfrac{1}{3}.2a^2.a\sqrt{3}=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1)-3=0$ là

A. 1. **B.** 5. **C.** 14. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $2x-1>0 \Leftrightarrow x>\dfrac{1}{2}$

$\log_3(2x-1)-3=0 \Leftrightarrow \log_3(2x-1)=3$

$\Leftrightarrow 2x-1=27$

$\Leftrightarrow x=14$. (Thỏa mãn)

Vậy phương trình có 1 nghiệm là $x=14$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-2;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Do $(-2;-1)\subset(-\infty;-1)$ nên trên khoảng $(-2;-1)$ hàm số đồng biến.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$		$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.
D. Hàm số có ba điểm cực trị.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy, hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.

Câu 16: Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2+x-1}=2$ là:

A. $T=\{1;2\}$.
B. $T=\{-1\}$.
C. $T=\{-2\}$.
D. $T=\{1;-2\}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$2^{x^2+x-1}=2$

$\Leftrightarrow x^2+x-1=1$

$\Leftrightarrow x^2+x-2=0$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $T=\{1;-2\}$.

Câu 17: Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-8x^2-5$ trên đoạn $[-3;1]$. Khi đó, giá trị của biểu thức $M-2m$ bằng

A. 46.
B. 25.
C. -25.
D. -46.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

Ta có: $y'=4x^3-16x$. $y'=0\Leftrightarrow 4x^3-16x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\\ x=2\\ x=-2\end{array}\right.$.

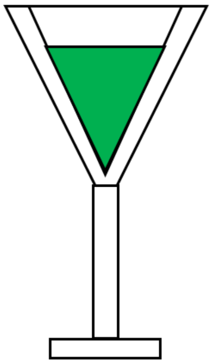
Khi đó: $\begin{cases} y(0)=-5\\ y(-3)=4\\ y(-2)=-21\\ y(1)=-12\end{cases}$.

Do đó: $M=\max\limits_{[-3;1]}y=4; m=\min\limits_{[-3;1]}y=-21$.

Vậy $M-2m=4-2.(-21)=46$.

Cách 2: Học sinh có thể sử dụng chức năng Table của MTCT để thực hiện cho nhanh.

Câu 18: Cho một chiếc cốc hình nón chứa đầy trà như hình vẽ. Người X uống một phần trà sao cho chiều cao của nó giảm đi $\frac{1}{3}$ so với chiều cao của trà trong cốc. Người Y uống phần trà còn lại trong cốc. Khi đó khẳng định nào đúng.



A. Người X uống lượng trà bằng 5,75 lần lượng trà của người Y uống.
B. Hai người X và Y uống lượng trà bằng nhau.
C. Người X uống lượng trà bằng 2,375 lần lượng trà của người Y uống.
D. Người X uống lượng trà bằng một nửa lượng trà của người Y uống.

Lời giải

Chọn C

Gọi $V=\frac{1}{3}\pi R^2 h$ là thể tích trà có trong chiếc cốc hình nón đó (*với* R *là bán kính đáy hình nón và* h *là chiều cao hình nón*).

Sau khi người X uống thì lượng trà còn lại người Y uống là $V_Y=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{2R}{3}\right)^2.\frac{2h}{3}=\frac{8}{81}\pi R^2 h$.

Khi đó người X đã uống một lượng trà bằng $V_X=V-V_Y=\frac{19}{81}\pi R^2 h$.

Vậy $\frac{V_X}{V_Y}=\frac{19}{8}=2,375$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+1)(3-x)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow x^2(x+1)(3-x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=0\\x+1=0\\3-x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\,(\text{nghiệm kép})\\x=-1\\x=3\end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
y		↘		↗		↗		↘	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có 2 điểm cực trị $x=-1$ và $x=3$.

Câu 20: Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-8z+20=0$. Giá trị của $z_1^2+z_2^2-z_1z_2$ bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Do z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-8z+20=0$ nên ta có $\begin{cases} z_1+z_2=8 \\ z_1z_2=20 \end{cases}$.

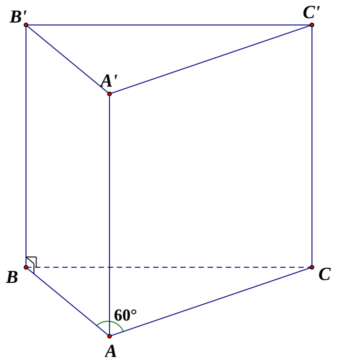
Khi đó $z_1^2+z_2^2-z_1z_2=(z_1+z_2)^2-3z_1z_2=8^2-3.20=4$.

Câu 21: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Biết $AB=3$ cm, $AC=4$ cm, $\widehat{BAC}=60^\circ$, $AA'=2$ cm. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $6\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$. **B.** $2\sqrt{3}\,(\text{cm}^3)$. **C.** $6\sqrt{3}\,(\text{cm}^3)$. **D.** $6\,(\text{cm}^3)$.

Lời giải

Chọn B



$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.AC.\sin \widehat{BAC}=\frac{1}{2}3.4.\sin 60^\circ=3\sqrt{3}\,(\text{cm}^2).$$

Do khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên đường cao của lăng trụ là $AA'=2$ cm.

Thể tích khối lăng trụ là $V=AA'.S_{\Delta ABC}=2.3\sqrt{3}=6\sqrt{3}\,(\text{cm}^3)$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z-30=0$. Bán kính mặt cầu (S) là

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases} -2a=-2 \\ -2b=4 \\ -2c=-2 \\ d=-30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=1 \\ d=-30 \end{cases} \Rightarrow R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=6$.

Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2020}{f\left(x\right)}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2018}{f\left(x\right)}$ là số nghiệm phương trình $f\left(x\right)=0$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $f\left(x\right)=0$ và trục hoành. Nhìn bảng biến thiên ta có số giao điểm bằng 3 nên có 3 tiệm cận đứng.

Câu 24: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $\sqrt{a}b^3=27$. Giá trị của $\log_3 a+6\log_3 b$ bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Sử dụng quy tắc logarit một tích ta có

$\dfrac{1}{2}\log_3 a+3\log_3 b=\log_3\left(\sqrt{a}b^3\right)=3\Rightarrow \log_3 a+6\log_3 b=6$.

Câu 25: Đạo hàm của hàm số $y=4^{2x}$ là

A. $y'=2.4^{2x}\ln 4$. **B.** $y'=4^{2x}.\ln 2$. **C.** $y'=4^{2x}\ln 4$. **D.** $y'=2.4^{2x}\ln 2$

Lời giải

Chọn A

$y'=2.4^{2x}.\ln 4$.

Câu 26: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):x-2y+2z-5=0$ và điểm $A\left(-3;0;1\right)$. Lập phương trình mặt phẳng $\left(Q\right)$ đi qua A và song song với mặt phẳng $\left(P\right)$.

A. $x-2y+2z-1=0$. **B.** $x-2y-2z+1=0$.

C. $x-2y-2z-1=0$. **D.** $x-2y+2z+1=0$.

Lời giải

Chọn D

Vì $\left(P\right)//\left(Q\right)$ nên $\vec{n}_{(P)}=\left(1;-2;2\right)$ là một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(Q\right)$.

Phương trình mặt phẳng $\left(Q\right)$: $\left(x+3\right)-2\left(y-0\right)+2\left(z-1\right)=0\Leftrightarrow x-2y+2z+1=0$.

Câu 27: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy .Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $\left|z-\left(1+i\right)\right|=\left|z+2i\right|$ là đường nào sau đây ?

A. Đường thẳng. **B.** Đường tròn. **C.** Elip. **D.** Parabol.

Lời giải

Chọn A

Bằng công thức tích phân từng phần ta có

Gọi $z=x+yi$, $\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$được biểu diễn bởi điểm $M\left(x;y\right)$trong mặt phẳng $\left(oxy\right)$

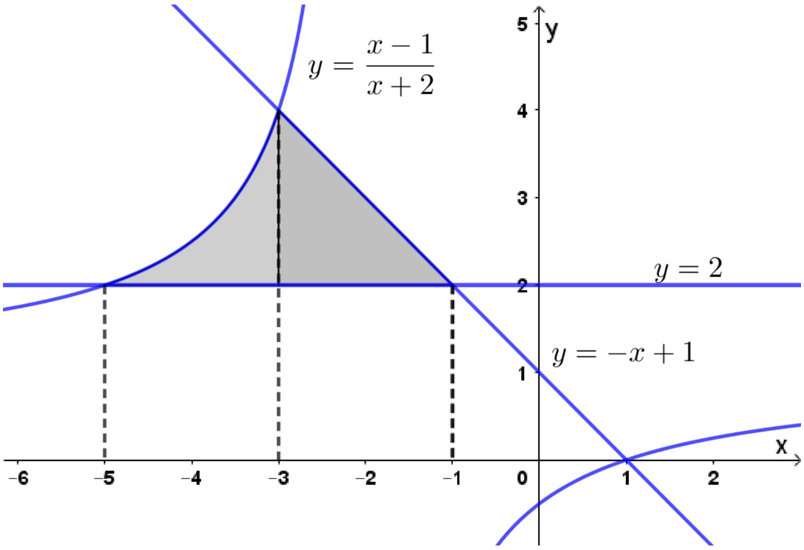
Ta có: $\left|z-\left(1+i\right)\right|=\left|z+2i\right|\Leftrightarrow\left|x+yi-1-i\right|=\left|x+yi+2i\right|$

$\Leftrightarrow\sqrt{\left(x-1\right)^2+\left(y-1\right)^2}=\sqrt{x^2+\left(y+2\right)^2}\Leftrightarrow\left(x-1\right)^2+\left(y-1\right)^2=x^2+\left(y+2\right)^2\Leftrightarrow x+3y+1=0$

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $x+3y+1=0$

Chú ý: Nếu $|z-z_1|=|z-z_2|$ ($z_1;z_2$ cho trước) thì tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng.

Câu 28: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ và hai đường thẳng $y=2$, $y=-x+1$ (phần tô đậm trong hình vẽ. Tính diện tích S của hình phẳng (H).



A. $S=8+3\ln 3$. **B.** $S=8-3\ln 3$. **C.** $S=3\ln 3$. **D.** $S=-4+3\ln 3$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào hình vẽ, diện tích hình phẳng (H) là: $S=\int_{-5}^{-3}\left(\dfrac{x-1}{x+2}-2\right)dx+\int_{-3}^{-1}(-x+1-2)dx$

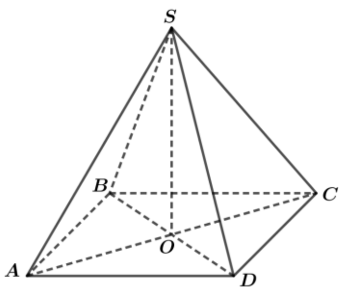
$=\int_{-5}^{-3}\left(-1-\dfrac{3}{x+2}\right)dx+\int_{-3}^{-1}(-x-1)dx=\left(-x-3\ln|x+2|\right)\Big|_{-5}^{-3}-\left(\dfrac{x^2}{2}+x\right)\Big|_{-3}^{-1}=3\ln 3$.

Câu 29: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AB=a\sqrt{2}$, $SB=2a$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBD) bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $O=AC\cap BD$. Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO\perp(ABCD)$.

Do đó $AO\perp(SBD)\Rightarrow$ góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBD) là ASO.

Ta có $SA=2a;\ AC=2a\Rightarrow AO=a$; $\sin ASO=\dfrac{AO}{SA}=\dfrac{a}{2a}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow ASO=30°$.

Câu 30: Gọi số phức $z=x+yi\ (x;y\in\mathbb{R})$ sao cho $x;y$ thỏa $2x-(3-y)i=y+4+(x+2y-2)i$, trong đó i là đơn vị ảo. Tính $|\overline{z}|$ bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** $\sqrt{29}$. **D.** 21.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2x-(3-y)i=y+4+(x+2y-2)i \Leftrightarrow \begin{cases}2=y+4\\ -(3-y)=x+2y-2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=-2\\ x=1\end{cases}$.

Vậy $\overline{z}=1+2i \Rightarrow |\overline{z}|=\sqrt{5}$.

Câu 31: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2x)=3f(x)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Biết rằng $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=1$.

Tính tích phân $I=\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=5$. **B.** $I=6$. **C.** $I=3$. **D.** $I=2$.

Lời giải.

Chọn A

Ta có: $3=3.1=3.\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 3f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 f(2x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_0^1 f(2x)\mathrm{d}(2x), \forall x\in\mathbb{R}$.

Đặt $2x=t\Rightarrow \mathrm{d}(2x)=\mathrm{d}t$, với $x=0\Rightarrow t=0$; $x=1\Rightarrow t=2$.

$\Leftrightarrow 3=\frac{1}{2}\int\limits_0^1 f(2x)\mathrm{d}(2x)=\frac{1}{2}\int\limits_0^2 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x, \forall x\in\mathbb{R}$ (do hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$).

$\Leftrightarrow \int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=6, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x=6, \forall x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow 1+\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x=6, \forall x\in\mathbb{R}$. Vậy $I=\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x=5$

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-4;2;4)$ và $B(1;1;2)$. Đường thẳng đi qua trọng tâm ΔOAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1\\ y=1+2t\\ z=2-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-t\\ y=12+t\\ z=-6+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1\\ y=3-2t\\ z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-1+t\\ y=1+12t\\ z=2+6t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{OA}=(-4;2;4), \overrightarrow{OB}=(1;1;2) \Rightarrow \left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(0;12;-6)$ là một vectơ pháp tuyến của (OAB).

Đường thẳng vuông góc với mp(OAB) nên nhận vectơ pháp tuyến của (OAB) là vectơ chỉ phương.

Suy ra $\vec{u}=(0;2;-1)$. Từ đó, ta loại các phương án **B, D**

Trọng tâm ΔOAB là điểm $G(-1;1;2)$ có tọa độ thỏa mãn phương trình ở phương án **C**

Suy ra phương án **C** là phương án đúng.

Câu 33: Cho hàm số $f\left(x\right)$ thỏa mãn $f'\left(x\right)=3-5\sin x$ và $f\left(0\right)=10$, khi đó $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{3}\pi^2+\frac{5}{3}\pi+\frac{5}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}\pi^2-\frac{5}{3}\pi-\frac{5}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}\pi^2-\frac{5}{3}\pi+\frac{5}{2}$. **D.** $-\frac{1}{3}\pi^2+\frac{5}{3}\pi+\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f\left(x\right)=\int f'\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(3-5\sin x\right)\mathrm{d}x=3x+5\cos x+C$.

Mà $f\left(0\right)=10\Leftrightarrow 5+C=10\Leftrightarrow C=5$ nên $f\left(x\right)=3x+5\cos x+5$.

Do đó $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\left(3x+5\cos x+5\right)\mathrm{d}x=\left.\left(\frac{3x^2}{2}+5\sin x+5x\right)\right|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}=\frac{1}{3}\pi^2+\frac{5}{3}\pi+\frac{5}{2}$.

Câu 34: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\frac{2x-3}{\left(3-x\right)^3}$ là

A. $\frac{-2}{3-x}+\frac{3}{2\left(3-x\right)^2}+C$. **B.** $\frac{2}{3-x}+\frac{3}{2\left(3-x\right)^2}+C$.

C. $\frac{-2}{3-x}+\frac{1}{\left(3-x\right)^2}+C$. **D.** $\frac{2}{3-x}+\frac{1}{\left(3-x\right)^2}+C$.

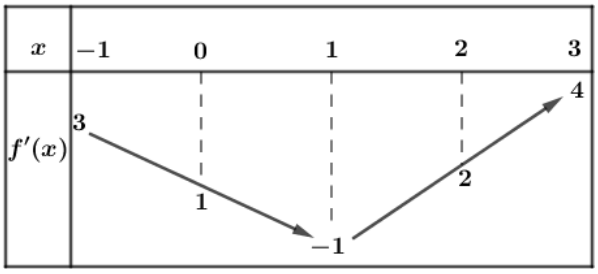
Lời giải

Chọn A

Ta có $f\left(x\right)=\frac{2x-3}{\left(3-x\right)^3}=\frac{-2\left(3-x\right)+3}{\left(3-x\right)^3}=\frac{-2}{\left(3-x\right)^2}+\frac{3}{\left(3-x\right)^3}$.

Vậy $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(\frac{-2}{\left(3-x\right)^2}+\frac{3}{\left(3-x\right)^3}\right)\mathrm{d}x=\frac{-2}{3-x}+\frac{3}{2\left(3-x\right)^2}+C=\frac{-2}{3-x}+\frac{3}{2\left(3-x\right)^2}+C$.

Câu 35: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Bảng biến thiên của hàm số $f'\left(x\right)$ như hình vẽ



Hàm số $g\left(x\right)=f\left(1-\frac{x}{2}\right)+x$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $\left(-4;-2\right)$. **B.** $\left(-2;0\right)$. **C.** $\left(0;2\right)$. **D.** $\left(2;4\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $g'\left(x\right)=-\frac{1}{2}f'\left(1-\frac{x}{2}\right)+1$. Xét $g'\left(x\right)<0\Leftrightarrow f'\left(1-\frac{x}{2}\right)>2$

- TH1: $f'\left(1-\frac{x}{2}\right)>2 \Leftrightarrow 2<1-\frac{x}{2}<3 \Leftrightarrow -4<x<-2$. Do đó hàm số nghịch biến trên $(-4;-2)$.
- TH2: $f'\left(1-\frac{x}{2}\right)>2 \Leftrightarrow -1<1-\frac{x}{2}<a \ <0 \Leftrightarrow 2<2-2a<x<4$ nên hàm số chỉ nghịch biến trên khoảng $(2-2a;4)$ chứ không nghịch biến trên toàn khoảng $(2;4)$.

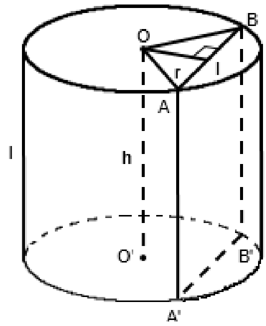
Vậy hàm số $g(x)=f\left(1-\frac{x}{2}\right)+x$ nghịch biến trên $(-4;-2)$.

Câu 36: Cắt hình trụ (T) bằng một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $2cm$ được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng $16cm^2$. Thể tích của (T) là

A. $32\pi\left(cm^3\right)$. **B.** $16\pi\left(cm^3\right)$. **C.** $64\pi\left(cm^3\right)$. **D.** $8\pi\left(cm^3\right)$.

Lời giải

Chọn A



Giả sử thiết diện là hình vuông $MNPQ$ như hình vẽ

Với $O'H=2$ và $S_{MNPQ}=PQ^2=16 \Leftrightarrow PQ=4$

ta có $O'Q=\sqrt{O'H^2+\left(\frac{PQ}{2}\right)^2}=2\sqrt{2}$

mà $h=MQ=4 \Rightarrow V_{(t)}=S_d.h=\pi r^2 h=\pi.8.4=32\pi\left(cm^3\right)$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;2)$. Đường thẳng đi qua A và song song với 2 mặt phẳng $(P): x-y+z-1=0$ và mặt phẳng $(Q): 3x+2y+z+1=0$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=4-3t \\ y=-1+2t \\ z=-3+5t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=2+5t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=1-2t \\ z=2+5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=3-2t \\ z=7-5t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\vec{n}_{(P)}(1;-1;1)$, $\vec{n}_{(Q)}(3;2;1) \Rightarrow \left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(-3;2;5)$

Đường thẳng song song với 2 mp (P); (Q) có vecto chỉ phương $\vec{u}=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(-3;2;5)$

Nên loại đáp án B, C

Thay tọa độ điểm $A(1;1;2)$ vào phương trình của đáp án A ta được:

$$\begin{cases}1=4-3t\\1=-1+2t\\2=-3+5t\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=1\\t=1\\t=1\end{cases}$$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là: $\begin{cases}x=4-3t\\y=-1+2t\\z=-3+5t\end{cases}$

Câu 38: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Bảng biến thiên của hàm số $y=f'(x)$ như hình dưới đây.

x	-1		1		3
$f'(x)$			3		
		$\nearrow$		$\searrow$	
	1				2

Tìm m để bất phương trình $m+x^2\le f(x)+\frac{1}{3}x^3$ nghiệm đúng với mọi $x\in(0;3)$.

A. $m<f(0)$. **B.** $m\le f(0)$. **C.** $m\le f(3)$. **D.** $m<f(1)-\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$(Ycbt)\Leftrightarrow m\le f(x)+\frac{1}{3}x^3-x^2$ nghiệm đúng với mọi $x\in(0;3)$.

$\Leftrightarrow m\le\min\limits_{[0;3]}g(x)$ với $g(x)=f(x)+\frac{1}{3}x^3-x^2$.

Xét hàm số $g(x)=f(x)+\frac{1}{3}x^3-x^2$ với $x\in(0;3)$.

Ta có $g'(x)=f'(x)+x^2-2x$; $g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=-x^2+2x$.

Từ bảng biến thiên ta có $f'(x)>1$ với $x\in(0;3)$ và $-x^2+2x=1-(x-1)^2\le1,\forall x\in(0;3)$

$\Rightarrow g'(x)>0,\forall x\in(0;3)$.

Suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(0;3)\Rightarrow\min\limits_{[0;3]}g(x)=g(0)$.

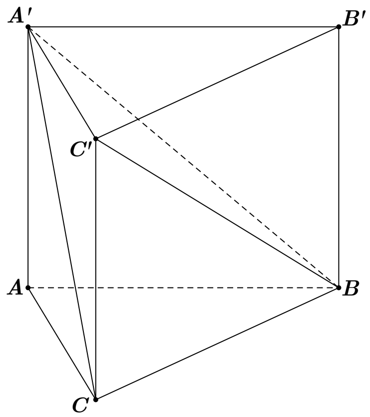
Vậy $m\le g(0)=f(0)-\frac{1}{3}.0^2-0^2=f(0)$.

Câu 39: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và cạnh bên có độ dài bằng a. Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(A'BC')$.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{16}$.

Lời giải

Chọn C



Ở đây nếu tính trực tiếp rất dài và khó nên ta sẽ vận dụng phương pháp thể tích.

$$V_{C.A'BC'}=\frac{1}{3}S_{A'BC'}.d\left[C;\left(A'BC'\right)\right].$$

Cách 1. [Không dùng công thức nhanh về tỉ số thể tích]

Gọi H là trung điểm của $B'C'$. Dễ chứng minh $A'H$ là đường cao của hình chóp $A'.BCC'B'$.

$V_{A'.BCC'B'}=\frac{1}{3}S_{BCC'B'}.A'H=\frac{1}{3}\left(a^2\right)\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Suy ra $V_{A'.BCC'}=\frac{1}{2}V_{A'.BCC'B'}=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}=V_{C.A'BC'}$.

Mặt khác $BC'=BA'=a\sqrt{2}$ và $A'C'=a$, dùng Hê-rông ta được $S_{A'BC'}=\frac{a^2\sqrt{7}}{4}$.

Vậy khoảng cách $d\left[C;\left(A'BC'\right)\right]=\frac{3V_{C.A'BC'}}{S_{A'BC'}}=\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Cách 2. [Dùng công thức nhanh về tỉ số thể tích]

Ta có thể tích khối lăng trụ đã cho là $V=S_{ABC}.AA'=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối tứ diện có 4 đỉnh là 4 đỉnh của lăng trụ, có thể tích là $V_{C.A'BC'}=\frac{1}{3}V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Mặt khác $BC'=BA'=a\sqrt{2}$ và $A'C'=a$, dùng Hê-rông ta được $S_{A'BC'}=\frac{a^2\sqrt{7}}{4}$.

Vậy khoảng cách $d\left[C;\left(A'BC'\right)\right]=\frac{3V_{C.A'BC'}}{S_{A'BC'}}=\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 40: Chọn ngẫu nhiên 2 bạn từ lớp 12A gồm 27 học sinh nam và 13 học sinh nữ. Xác suất để chọn được hai bạn cùng giới là

A. $\frac{9}{20}$. **B.** $\frac{11}{20}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{9}{260}$.

Lời giải

Chọn B

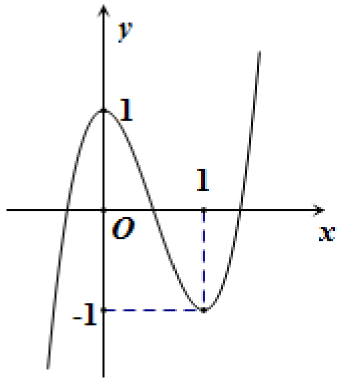
Số phần tử của không gian mẫu bằng số tổ hợp chập 2 của 40: $n\left(\Omega\right)=C_{40}^2$.

Goi A là biến cố: " Chọn được hai bạn cùng giới". (Tức là trong 2 bạn đó cùng là nam hoặc cùng là nữ)

$\Rightarrow n\ \ A\ =C_{27}^2+C_{13}^2=429$.

Vậy xác suất cho biến cố A: $P\ A = \dfrac{n\ A}{n\ \Omega} = \dfrac{11}{20}$.

Câu 41: Cho hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây.

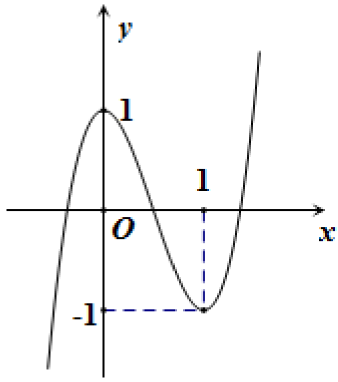


Khi đó phương trình $4\left(4x^3 - 6x^2 + 1\right)^3 - 6\left(4x^3 - 6x^2 + 1\right)^2 + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực.

A. 9. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C



Từ đồ thị ta có

$4\left(4x^3 - 6x^2 + 1\right)^3 - 6\left(4x^3 - 6x^2 + 1\right)^2 + 1 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x^3 - 6x^2 + 1 = a \in (-1;0)(1) \\ 4x^3 - 6x^2 + 1 = b \in (0;1)(2) \\ 4x^3 - 6x^2 + 1 = c \in (1;2)(3) \end{array}\right.$

Ta thấy số nghiệm của phương trình $4x^3 - 6x^2 + 1 = m$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$ và đường thẳng $y = m$.

Từ đó ta có: (1) có 3 nghiệm phân biệt

(2) có 3 nghiệm phân biệt

(3) có 1 nghiệm

Vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm thực.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $[0;2]$ và $f(2) = 3$, $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$. Tích phân $\int\limits_0^2 x.f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

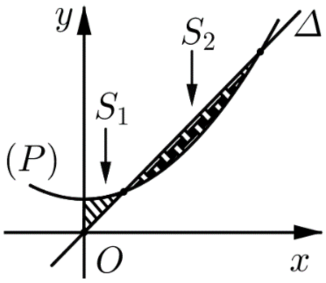
A. -3. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_0^2 x.f'(x)\mathrm{d}x = \int_0^2 x\mathrm{d}(f(x)) = x.f(x)\Big|_0^2 - \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 2f(2) - 3 = 3.$

Câu 43: Cho đường thẳng $\Delta: y = x$ và Parabol $P: y = \frac{1}{2}x^2 + a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào sau đây?



A. $\left(0;\frac{1}{3}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{3};\frac{2}{5}\right)$. **C.** $\left(\frac{2}{5};\frac{3}{7}\right)$. **D.** $\left(\frac{3}{7};\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của P và Δ là: $\frac{1}{2}x^2 + a = x$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 2a = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 1 - \sqrt{1-2a} \\ x_2 = 1 + \sqrt{1-2a} \end{array}\right.$, với điều kiện $a < \frac{1}{2}$.

Khi đó $S_1 = S_2 \Leftrightarrow \int_0^{x_1}\left(\frac{1}{2}x^2 + a - x\right)\mathrm{d}x = \int_{x_1}^{x_2}\left(x - \frac{1}{2}x^2 - a\right)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow \left(\frac{x^3}{6} + ax - \frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_0^{x_1} = \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} - ax\right)\Bigg|_{x_1}^{x_2} \Leftrightarrow \frac{x_2^2}{2} - \frac{x_2^3}{6} - ax_2 = 0$

$\Leftrightarrow x_2^2 - 3x_2 + 6a = 0 \xrightarrow{x_2 = 1+\sqrt{1-2a}} \sqrt{1-2a} = 4a - 1 \Leftrightarrow a = \frac{3}{8}$.

Câu 44: Cho số phức z thỏa điều kiện $2 \le |2z + i - 3| \le 6$. Tập hợp điểm biểu diễn của z tạo thành một hình phẳng. Tính diện tích S của hình phẳng đó.

A. 8π. **B.** 14π. **C.** 80π. **D.** 308π.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z = x + yi$ $(x, y \in \mathbb{R})$.

Ta có: $2 \le |2z + i - 3| \le 6$

$\Leftrightarrow 2 \le |(2x-3) + (2y+1)i| \le 6 \Leftrightarrow 2 \le \sqrt{(2x-3)^2 + (2y+1)^2} \le 6$

$\Leftrightarrow 4 \le 4\left[\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2\right] \le 36 \Leftrightarrow 1 \le \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 \le 9$

Tập hợp điểm biểu diễn là hình vành khăn tạo bởi 2 đường tròn đồng tâm:

(C_1) tâm $I_1\left(\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right), R_1 = 1 \Rightarrow S_1 = \pi R_1^2 = \pi$.

(C_2) tâm $I_2\left(\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right), R_2 = 3 \Rightarrow S_2 = \pi R_2^2 = 9\pi$.

Suy ra $S = S_2 - S_1 = 8\pi$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho d là đường thẳng đi qua $A(0;-1;2)$ và cắt đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=-1+2t \\ y=t \\ z=2-t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ sao cho khoảng cách từ $B(2;1;1)$ đến đường thẳng d là lớn nhất. khi đó, d đi qua điểm nào sau đây?

A. $P(-1;0;2)$. **B.** $Q(1;0;2)$. **C.** $R(1;-2;0)$. **D.** $S(0;1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử d cắt Δ tại $M \Rightarrow M(-1+2t;t;2-t), t\in\mathbb{R}$.

Khi đó $\overrightarrow{AM}(-1+2t;t+1;-t)$ là 1 vectơ chỉ phương của d. Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;2;-1)$

$\Rightarrow\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}\right]=(t-1;-1;2t-4)$

$\Rightarrow d(B,d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AM}\right|}=\sqrt{\dfrac{5t^2-18t+18}{6t^2-2t+2}}$. Xét $f(t)=\dfrac{5t^2-18t+18}{6t^2-2t+2}$ có:

$f'(t)=\dfrac{98t(t-2)}{\left(6t^2-2t+2\right)}\Rightarrow f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=2 \end{array}\right.$. Ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(t)$	$\frac{5}{6}$	$\nearrow$	9	$\searrow$	$\frac{1}{11}$	$\nearrow$	$\frac{5}{6}$

Từ bảng biến thiên, suy ra $max\, f(t)=f(0)=9\Rightarrow d(B,d)_{\max}=3\Leftrightarrow t=0$.

$\Rightarrow\overrightarrow{AM}(-1;1;0)\Rightarrow d:\begin{cases} x=-t \\ y=-1+t \\ z=2 \end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Khi đó, ta thấy d đi qua $P(-1;0;2)$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, Cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+(x+\sqrt{2})^2=3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a,b,c)$ (a,b,c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau.

A. 12. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

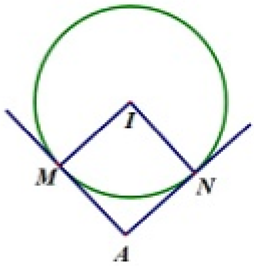
Mặt cầu $(S):x^2+y^2+(x+\sqrt{2})^2=3$ có tâm $I(0;0;-\sqrt{2})$ và bán kính $R=\sqrt{3}$

$A\in(Oxy)\Rightarrow A(a,b,0)$

+ Trường hợp $A\in(S)$, ta được $a^2+b^2=1$. Lúc này các tiếp tuyến của (S) thuộc tiếp diện của (S) tại A nên có vô số các tiếp tuyến với (S) vuông góc với nhau.

Vì a,b,c là các số nguyên nên trường hợp này có 4 trường hợp: $\begin{cases} a=0 \\ b=-1 \end{cases}, \begin{cases} a=0 \\ b=1 \end{cases}, \begin{cases} a=1 \\ b=0 \end{cases},$ $\begin{cases} a=-1 \\ b=0 \end{cases}.$

+ Trường hợp A nằm ngoài (S), khi đó các tiếp tuyến đi qua A thuộc mặt nón đỉnh A nên các tiếp tuyến này chỉ vuông góc với nhau tại A. Điều kiện để có ít nhất 2 tiết tuyến vuông góc với nhau là góc ở đỉnh của mặt nón bằng hoặc lớn hơn 90^0.



Khi đó, $\begin{cases} IA > R \\ IA \le \sqrt{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2 > 1 \\ a^2+b^2 \le 4 \end{cases}$. Vì a,b,c là các số nguyên nên ta được 8 trường hợp sau $\begin{cases} a=0 \\ b=-2 \end{cases}, \begin{cases} a=0 \\ b=2 \end{cases}, \begin{cases} a=2 \\ b=0 \end{cases}, \begin{cases} a=-2 \\ b=0 \end{cases}, \begin{cases} a=-1 \\ b=1 \end{cases} \begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \end{cases} \begin{cases} a=-1 \\ b=1 \end{cases} \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases}$

Vậy có 12 điểm thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 47: Cho phương trình $\left(2\log_2^3 x - 7\log_2^2 x + 4\log_2\left(\frac{x}{2}\right)\right)\sqrt{3^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 78. **B.** 80. **C.** 81. **D.** 79.

Lời giải

Chọn D.

Đk: $\begin{cases} x > 0 \\ 3^x \ge m \end{cases}$.

$\left(2\log_2^3 x - 7\log_2^2 x + 4\log_2\left(\frac{x}{2}\right)\right)\sqrt{3^x - m} = 0 \Leftrightarrow (\log_2 x - 2)^2.(2\log_2 x + 1)\sqrt{3^x - m} = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x = 2 \\ \log_2 x = -\frac{1}{2} \\ 3^x = m \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ x = \log_3 m \end{array}\right.$.

Với $m=1$ thì $x = \log_3 m = 0$ (loại). Do đó phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x=4,\ x=\frac{1}{\sqrt{2}}$

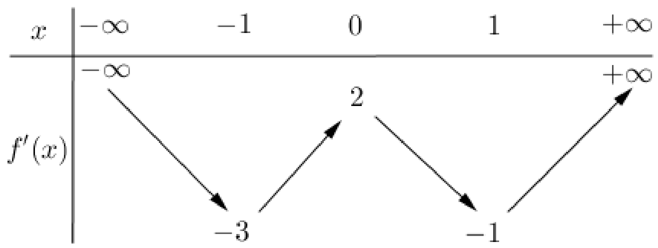
Với $m>1$ thì $x=\log_3 m\ >0$ nên luôn nhận nghiệm $x = \log_3 m$.

Mà $4 > \frac{1}{\sqrt{2}}$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\frac{1}{\sqrt{2}} \le \log_3 m < 4 \Leftrightarrow 3^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \le m < 81$.

m nguyên dương nên $m \in \{3;\ 4;\ ..,\ 80\}$.

Vậy có 79 giá trị m nguyên dương.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^2+2x\right)$ là

A. 3. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=(2x+2)\,f'\left(x^2+2x\right)$.

Cho $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x+2=0\\ f'\left(x^2+2x\right)=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\ x^2+2x=a\in(-\infty;-1)\\ x^2+2x=b\in(-1;0)\\ x^2+2x=c\in(0;1)\\ x^2+2x=d\in(1;+\infty)\end{array}\right.$.

* $x^2+2x-a=0$ có $\Delta'=1+a<0\ \ \forall a\in(-\infty;-1)$ nên phương trình vô nghiệm.

* $x^2+2x-b=0$ có $\Delta'=1+b>0\ \ \forall b\in(-1;0)$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

* $x^2+2x-c=0$ có $\Delta'=1+c>0\ \ \forall c\in(0;1)$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

* $x^2+2x-d=0$ có $\Delta'=1+d>0\ \ \forall d\in(1;+\infty)$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Nhận xét: 7 nghiệm trên khác nhau đôi một nên phương trình $y'=0$ có 7 nghiệm phân biệt.

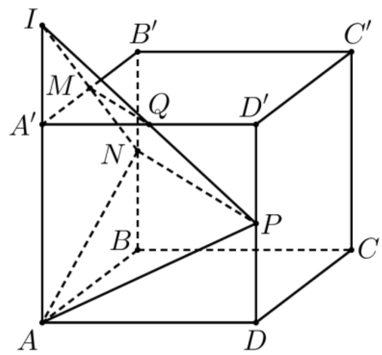
Vậy hàm số $y=f\left(x^2+2x\right)$ có 7 cực trị.

Câu 49: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có M, N, P lần lượt là trung điểm ba cạnh $A'B'$, BB' và $D'D$. Mặt phẳng (MNP) cắt đường thẳng $A'A$ tại I. Biết thể tích khối tứ diện $IANP$ là V. Thể tích khối hộp đã cho $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $2V$. **B.** $4V$. **C.** $6V$. **D.** $12V$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $Q=(MNP)\cap A'D'$. Theo tính chất của giao tuyến suy ra $MQ \parallel NP$ nên Q là trung điểm của $A'D'$. Suy ra M, Q lần lượt là trung điểm IN, IP.

Ta có: $\dfrac{V_{I.A'MQ}}{V_{IANP}}=\dfrac{IA'}{IA}\cdot\dfrac{IM}{IN}\cdot\dfrac{IQ}{IP}=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{12}\Rightarrow V_{I.A'MQ}=\dfrac{V}{12}$.

Mặt khác $V_{I.A'MQ}=\frac{1}{3}d\left[I,\left(A'B'C'D'\right)\right].S_{\Delta A'MQ}=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}d\left[A',\left(ABCD\right)\right].\frac{1}{8}S_{A'B'C'D'}=\frac{1}{48}V_{ABCD.A'B'C'D'}$.

Từ đó suy ra $V_{ABCD.A'B'C'D'}=4V$.

Câu 50: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hai hàm số $y=\left(2x^2+1\right)\sqrt{x-1}$ và $y=\frac{11}{3x-4}-\frac{1}{2-x}+11+m$ cắt nhau tại 2 điểm phân biệt?

A. $\left(-\infty;0\right)$. **B.** $\left(-\infty;1\right)$. **C.** $\left(-\infty;1\right]$. **D.** $\left(-\infty;2\right]$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $\left(2x^2+1\right)\sqrt{x-1}=\frac{11}{3x-4}-\frac{1}{2-x}+11+m\,(*)$

Điều kiện: $\begin{cases}x-1\ge 0\\ x\ne \frac{3}{4}\\ x\ne 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 1\\ x\ne \frac{3}{4}\\ x\ne 2\end{cases}$

Ta có:

$(*)\Leftrightarrow\left(2x^2+1\right)\sqrt{x-1}-\frac{11}{3x-4}+\frac{1}{2-x}-11=m$

Xét hàm số $f(x)=\left(2x^2+1\right)\sqrt{x-1}-\frac{11}{3x-4}+\frac{1}{2-x}-11$ trên $\left[1;+\infty\right)\setminus\left\{\frac{3}{4};2\right\}$

Nhận thấy, hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên các khoảng $\left[1;\frac{3}{4}\right),\left(\frac{3}{4};2\right),\left(2;+\infty\right)$

Ta có, $f'(x)=\left(\left(2x^2+1\right)\sqrt{x-1}-\frac{11}{3x-4}+\frac{1}{2-x}-11\right)'$

$=4x\sqrt{x-1}+\left(2x^2+1\right)\frac{1}{2\sqrt{x-1}}+\frac{33}{(3x-4)^2}+\frac{1}{(2-x)^2}=\frac{10x^2-8x+1}{2\sqrt{x-1}}+\frac{33}{(3x-4)^2}+\frac{1}{(2-x)^2}>0$

với $\forall x\in\left[1;+\infty\right)\setminus\left\{\frac{3}{4};2\right\}$

Suy ra, hàm số $f\left(x\right)$ đồng biến trên $\left[1;+\infty\right)\setminus\left\{\frac{3}{4};2\right\}$.

Bảng biến thiên

x	1		$\frac{3}{4}$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	$+$	||	$+$	
$f(x)$	1 ↗		$+\infty$ || $-\infty$	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta suy ra đồ thị hai hàm số $y=\left(2x^2+1\right)\sqrt{x-1}$ và $y=\frac{11}{3x-4}-\frac{1}{2-x}+11+m$ cắt nhau tại 2 điểm phân biệt khi $m\in\left(-\infty;1\right]$.