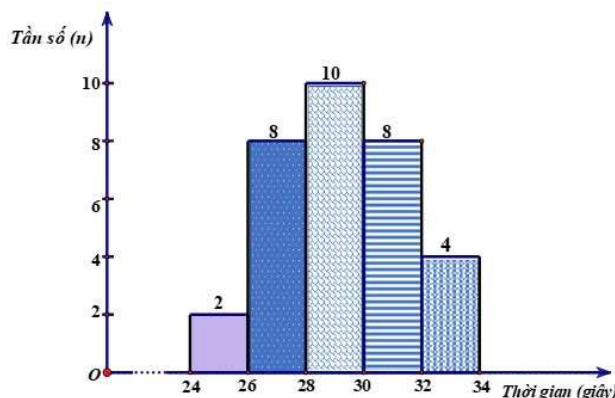


Bài I. (1,5 điểm)

1) Thành tích của các vận động viên nam trong cuộc thi bơi tự do dài 50 m do một trung tâm thể dục thể thao tổ chức được ghi lại trong biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây:



Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[28; 30)$.

2) Một hộp chứa 21 quả cầu được đánh số từ 1 đến 21, các quả cầu có màu sắc, khối lượng và kích thước như nhau. Xét phép thử lấy ngẫu nhiên 1 quả cầu từ hộp. Tính xác suất của biến cố A “Quả cầu lấy ra có số ghi trên đó là 1 số nguyên tố”.

Bài II. (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{x+1}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{x+1}{x-\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}-1}$ với $x > 0, x \neq 1$.

1) Tính giá trị của A khi $x = 16$.

2) Chứng minh rằng $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$.

3) Cho $P = A.B$. So sánh giá trị của P với 1.

Bài III. (2,5 điểm)

1) Giả sử giá tiền điện hàng tháng được tính theo bậc thang như sau:

Bậc 1: Từ 1kWh đến 100kWh thì giá điện là : 1600 đồng/1kWh.

Bậc 2: Từ 101 kWh đến 200 kWh thì giá điện là : 2000 đồng/1kWh.

Bậc 3: Từ 201 kWh trở lên thì giá điện là : 4000 đồng/1kWh.

(Ví dụ : Nếu dùng 255kWh thì có 100kWh tính theo giá bậc 1, có 100kWh được tính theo giá bậc 2 và 55kWh được tính theo giá bậc 3).

Tháng 3 năm 2025 tổng số tiền điện nhà bạn A và nhà bạn B phải trả là 840 000 đồng. So với tháng 3 thì tháng 4 tiền điện nhà bạn A tăng 40%, nhà bạn B tăng 30%, do đó tổng số tiền của cả hai nhà trong tháng 4 phải trả là 1 140 000 đồng. Hỏi tháng 3 nhà bạn A phải trả bao nhiêu tiền và dùng hết bao nhiêu kWh? (biết rằng số tiền điện ở trên không tính thuế giá trị gia tăng).

2) Theo kế hoạch, một xưởng may phải may xong 2500 chiếc áo chống nắng trong một thời gian quy định. Thực tế do thời điểm bắt đầu vào hè và nhu cầu sử dụng áo chống nắng nhiều, xưởng đã quyết định tăng năng suất nên mỗi ngày xưởng đã may nhiều hơn 10 chiếc áo so với số áo phải may trong một ngày theo kế hoạch. Vì vậy trước thời gian quy định 4 ngày, xưởng đã may được 2160 chiếc áo. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày xưởng phải may xong bao nhiêu chiếc áo chống nắng?

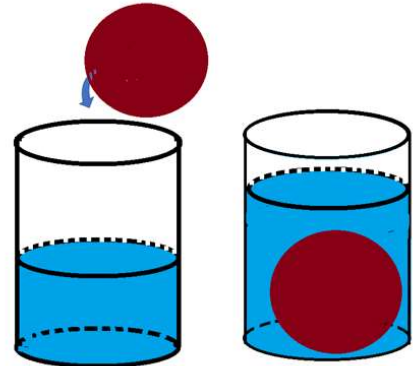
3) Cho phương trình $2x^2 - 4x - 5 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 . Không giải phương trình hãy tính giá trị biểu thức $A = (x_1 + 2x_2)(x_1 - x_2) + 3x_2^2$.

Bài IV. (4 điểm)

1) Một viên bi sắt có dạng hình cầu với đường kính bằng 16cm.

a) Tính thể tích của viên bi. (Lấy $\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.)

b) Một thùng hình trụ có đường kính đáy bằng 20cm chứa nước tinh khiết được đặt trên một mặt bàn bằng phẳng. Khi thả viên bi vào thùng thì mực nước trong thùng dâng lên bao nhiêu cm, biết rằng nước không bị tràn ra ngoài và viên bi ngập hoàn toàn trong nước. (Kết quả làm tròn tới hàng phần mười.)



2) Cho tam giác nhọn ABC có $AB < AC$, nội tiếp đường tròn (O) , các đường cao AD, BE, CF đồng quy tại H . Các đường thẳng AD, BE cắt đường tròn (O) tại các điểm thứ hai tương ứng là M, N .

- Chứng minh bốn điểm A, B, D, E cùng nằm trên một đường tròn.
- Chứng minh MN song song với DE và OC vuông góc với MN .
- Chứng minh $AE.AC.CE = CD.AB.EF$.

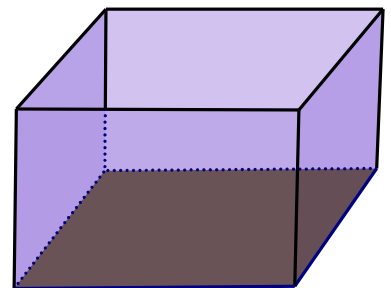
Bài V. (0,5 điểm)

Một nhóm học sinh trong câu lạc bộ khoa học muốn thiết kế một bồn chứa nước mưa bằng inox để sử dụng trong trường học. Bồn có dạng hình hộp chữ nhật, không có nắp với đáy là hình vuông và có thể tích bằng $18m^3$. Biết rằng trên thị trường:

- Giá inox làm phần đáy bồn là 120000 đồng/ m^2 .
- Giá inox làm các mặt xung quanh bồn là 90000 đồng/ m^2 .

Hỏi các em học sinh nên chọn kích thước đáy bồn bằng bao nhiêu (tính bằng m) để tổng chi phí làm bồn là ít nhất?

(Coi như phần mép hàn không đáng kể.)



-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

Bài I	Đáp án	Điểm
Bài I.1	Tần số của nhóm $[28;30)$ là $n = 10$.	0,25
	Tổng số vận động viên là: $N = 2 + 8 + 10 + 8 + 4 = 32$ (người)	0,25
	Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[28;30)$ là: $f = \frac{n}{N} \cdot 100\% = \frac{10}{32} \cdot 100\% = 31,25\%$	0,25
Bài I.2	Các quả cầu có cùng màu sắc, khối lượng và kích thước nên các kết quả của phép thử lấy ngẫu nhiên một quả cầu trong hộp là đồng khả năng. Có 21 kết quả có thể xảy ra khi lấy ngẫu nhiên một quả cầu ở trong hộp. $\Omega = \{1; 2; 3; \dots; 20; 21\}$. Số phần tử của tập hợp Ω là 21.	0,25
	Có 8 kết quả thuận lợi cho biến cố A “Quả cầu lấy ra có số ghi trên đó là 1 số nguyên tố” là: 2,3,5,7,11,13,17,19.	0,25
	Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{8}{21}$.	0,25

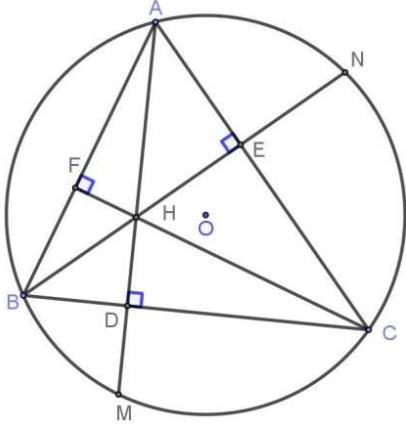
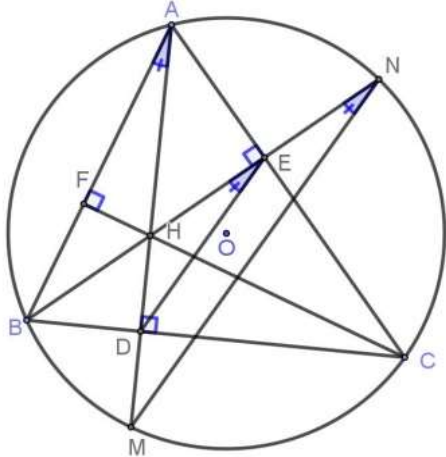
Bài II	Đáp án	Điểm
	Thay $x = 16$ (TMĐK) vào biểu thức A ta có: $A = \frac{16+1}{\sqrt{16}-1} = \frac{17}{3}$.	0,25
	$B = \frac{x+1}{x-\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}-1} = \frac{x+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} - \frac{2}{\sqrt{x}-1} = \frac{x+1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$	0,25
	$= \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$	0,25
	$= \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$	0,25
	$P = A.B = \frac{x+1}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} = \frac{x+1}{\sqrt{x}}. \text{ Xét } P-1 = \frac{x+1}{\sqrt{x}} - 1 = \frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$	0,25

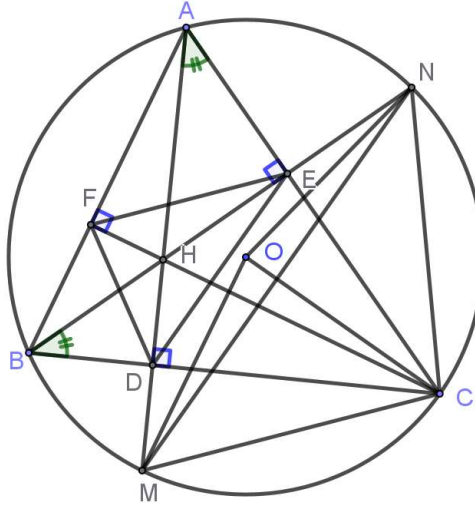
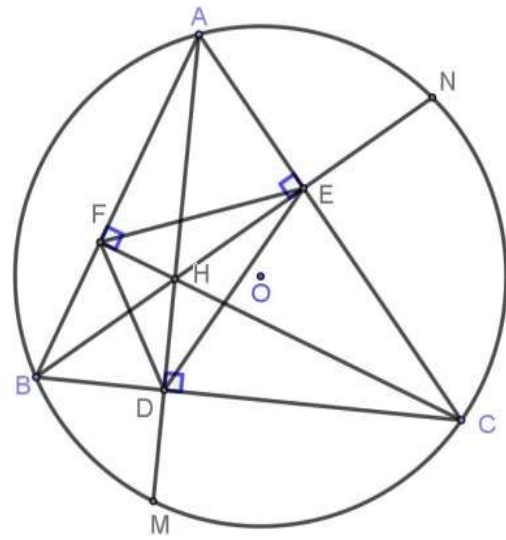
Bài II	Đáp án	Điểm
	$= \frac{x - \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} = \frac{\left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}}{\sqrt{x}} > 0, \forall x > 0, x \neq 1. \text{ Vậy } P > 1.$	0,25

Bài III	Đáp án	Điểm
III. 1	Gọi số tiền điện nhà bạn A và B phải trả trong tháng 3 lần lượt là $x; y$ (đồng). Điều kiện $0 < x < 840\,000; 0 < y < 840\,000$. Vì tổng số tiền điện trong tháng 3 của hai nhà là 840 000 nên ta có phương trình $x + y = 840\,000$ (1)	0,25
	Số tiền điện nhà bạn A phải trả trong tháng 4 là $x + 40\%x = 1,4x$ (đồng) Số tiền điện nhà bạn B phải trả trong tháng 4 là $y + 30\%y = 1,3y$ (đồng) Theo đề bài, tổng số tiền điện hai nhà phải trả trong tháng 4 là 1140 000 đồng, nên ta có phương trình $1,4x + 1,3y = 1140\,000$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) ta có hệ $\begin{cases} x + y = 840\,000 \\ 1,4x + 1,3y = 1140\,000 \end{cases}$ Học sinh giải được $\begin{cases} x = 480\,000 \\ y = 360\,000 \end{cases}$ (Thỏa mãn đk). Vậy số tiền điện nhà bạn A phải trả trong tháng 3 là 480 000 đồng.	0,25
	Nhận thấy $480\,000 = 100.1600 + 100.2000 + 30.4000$ Vậy số điện nhà bạn A đã dùng trong tháng 3 là $100 + 100 + 30 = 230$ (kWh)	0,25
III. 2	Gọi số áo chống nắng mà xưởng phải may mỗi ngày theo kế hoạch là x (chiếc) ($x \in \mathbb{N}^*$) Thời gian xưởng may xong theo kế hoạch là: $\frac{2500}{x}$ (ngày).	0,25
	Số áo thực tế xưởng đã may mỗi ngày là: $x + 10$ (chiếc) Thời gian xưởng may xong theo thực tế là: $\frac{2160}{x + 10}$ (ngày).	0,25
	Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{2500}{x} - \frac{2160}{x + 10} = 4$	0,25

Bài III	Đáp án	Điểm
	Giải phương trình ta được $x = 125$ (thỏa mãn điều kiện) và $x = -50$ (không thỏa mãn điều kiện) Vậy số áo chống nắng mà xưởng phải may mỗi ngày theo kế hoạch là 125 chiếc.	0,25
	Ta có $\Delta' = 2^2 - 2 \cdot (-5) = 14 > 0$ nên phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 . Theo định lí Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = -\frac{5}{2} \end{cases} \quad (1)$	0,25
	$A = (x_1 + 2x_2)(x_1 - x_2) + 3x_2^2 = x_1^2 - x_1 \cdot x_2 + 2x_1x_2 - 2x_2^2 + 3x_2^2$ $= x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2.$ Thay (1) vào biểu thức A ta được $A = 2^2 - \left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{13}{2}.$	0,25

Bài IV	Đáp án	Điểm
IV. 1	a) Gọi R là bán kính viên bi. Khi đó, ta có $R = \frac{16}{2} = 8(\text{cm})$	0,25
	Thể tích của viên bi là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi 8^3 = \frac{2048\pi}{3} \approx 2143,57(\text{cm}^3)$	0,25
	b) Bán kính đáy của hình trụ là $r = \frac{20}{2} = 10(\text{cm}).$ Diện tích đáy của hình trụ là $\pi \cdot r^2 = 100\pi.$	0,25
	Khi thả viên bi vào thùng hình trụ và viên bi ngập hoàn toàn trong nước thì thể tích nước trong thùng dâng lên bằng thể tích viên bi. Chiều cao của mực nước dâng lên trong thùng là $h = \frac{2143,57}{100 \cdot \pi} \approx 6,8(\text{cm}).$ (Lưu ý: Học sinh tính $h = \frac{2143,57}{100 \cdot \pi} \approx 6,8(\text{cm})$ hay $h = \frac{\frac{2043\pi}{3}}{100 \cdot \pi} \approx 6,8(\text{cm})$ đều cho điểm tối đa.	0,25

Bài IV	Đáp án	Điểm
	 Vẽ hình đúng đến câu a	0,25
	a) CM bốn điểm A, B, D, E cùng nằm trên một đường tròn. Ta có AD, BE là hai đường cao của tam giác ABC nên $\widehat{BDA} = \widehat{BEA} = 90^\circ$	0,25
	$\triangle ADB$ vuông tại D nên A, B, D thuộc đường tròn đường kính AB. $\triangle AEB$ vuông tại E nên A, B, E thuộc đường tròn đường kính AB.	0,25
	Do đó A, B, D, E thuộc đường tròn đường kính AB.	0,25
	 b) Chứng minh MN song song với DE và OC vuông góc với MN Ta có tứ giác $BAED$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{BAD} = \widehat{BED}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $\widehat{BD}$) (1) Ta có tứ giác $BANM$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{BAM} = \widehat{BNM}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $\widehat{BM}$) (2) Từ (1) và (2) ta có $\widehat{BED} = \widehat{BNM}$ suy ra $DE \parallel NM$ (hai góc $\widehat{BED}; \widehat{BNM}$ là hai góc đồng vị).	0,25

Bài IV	Đáp án	Điểm
	 Tứ giác $ABDE$ nội tiếp nên $\widehat{EAD} = \widehat{EBD}$ ((hai góc nội tiếp cùng chắn cung $\widehat{DE}$)). Hay $\widehat{CAM} = \widehat{NBC}$ (3)	0,25
	Ta lại có $\widehat{CAM} = \frac{1}{2} \text{sđ } \widehat{MC}$ (tính chất góc nội tiếp) (4) và $\widehat{NBC} = \frac{1}{2} \text{sđ } \widehat{NC}$ (tính chất góc nội tiếp) (5) Từ (3), (4), (5) suy ra $\text{sđ } \widehat{MC} = \text{sđ } \widehat{NC}$ suy ra C là điểm nằm chính giữa $\widehat{MN}$ nên $MC = NC$. Do đó điểm C thuộc đường trung trực của MN.	0,25
	Ta lại có $OM = ON$ nên O thuộc đường trung trực của MN. Vì vậy OC là đường trung trực của MN nên OC vuông góc với MN.	0,25
	 c) Chứng minh $AE.AC.CE = CD.AB.EF$ $\triangle AEF \sim \triangle ABC$ (g-g) (Vì $\widehat{A}$ chung, $\widehat{AEF} = \widehat{ABC}$) nên $\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC}$	0,25

Bài IV	Đáp án	Điểm
	Do đó $AE \times BC = AB \times EF$ (*) $\Delta CED \sim \Delta CBA$ (g-g) (Vì $\widehat{C}$ chung, $\widehat{CED} = \widehat{CBA}$) nên $\frac{CE}{CB} = \frac{CD}{CA}$ Do đó $CE \times CA = CB \times CD$ (**)	
	Nhân vế với vế của (*) và (**) ta được $AE.BC.CE.CA = AB.EF.CB.CD$ (***) Chia cả hai vế của (***) cho BC ta được $AE.CE.CA = AB.EF.CD$ (đpcm)	0,25

Bài V	Đáp án	Điểm
	Gọi độ dài cạnh đáy của bồn chứa nước là a (m), $a > 0$. Gọi độ dài chiều cao của bồn chứa nước là b (m), $b > 0$. Thể tích của bồn là $18m^3$ nên ta có $a^2b = 18$. Suy ra $ab = \frac{18}{a}$. Diện tích đáy bồn chứa nước là a^2 (m²). Chi phí inox làm đáy bồn là: $120a^2$ (nghìn đồng) Chi phí inox làm các mặt xung quanh là: $90.4ab = 360ab$ (nghìn đồng). Tổng chi phí mua nguyên liệu là : Có $T = 120a^2 + 360ab = 120a^2 + 360 \cdot \frac{18}{a} = 120a^2 + \frac{6480}{a}$ (nghìn đồng).	0,25
	Để chi phí nhỏ nhất thì $T = 120a^2 + \frac{6480}{a} = 120 \left(a^2 + \frac{54}{a} \right) = 120 \left[(a-3)^2 + 6a + \frac{54}{a} - 9 \right] \text{ đạt GTNN.}$ Với mọi $x > 0; y > 0$ ta có $(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \geq 0$ hay $x - 2\sqrt{xy} + y \geq 0$ từ đó suy ra $x + y \geq 2\sqrt{xy}$ (*). Dấu đẳng thức xảy ra khi $x = y$. Áp dụng (*) ta có $6a + \frac{54}{a} \geq 2\sqrt{6a \cdot \frac{54}{a}} = 36$, dấu đẳng thức xảy ra khi $6a = \frac{54}{a}$. Mặt khác $(a-3)^2 \geq 0$ với mọi a, dấu đẳng thức xảy ra khi $a = 3$. Do đó $T \geq 120.(0 + 36 - 9) = 3240$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} a = 3 \\ 6a = \frac{54}{a} \end{cases}$ (I) Từ (I) tính được $a = 3$ (thỏa mãn điều kiện). Vậy các em học sinh nên chọn đáy bồn là hình vuông có cạnh bằng 3 m thì chi phí mua nguyên vật liệu là nhỏ nhất là 3 240 000 đồng.	0,25

Lưu ý: Thí sinh làm theo cách khác đúng vẫn được điểm tối đa.